Chapitre 2 Dynamique du point matériel

Le précédent chapitre s'est limité à l'étude des éléments cinématique, c'est à dire la simple description d'un mouvement (position, vitesse, accélération), dans différents systèmes de coordonnées. Le chapitre présent va se pencher sur les causes du mouvement : l'objectif est, *à partir des actions ou forces* s'exerçant sur le point M, de calculer comment sont modifiées son accélération et sa vitesse pour en déduire son mouvement. Ce chapitre comporte un certain nombre de lois ou principes permettant de relier forces et élément cinématiques. Des lois ou principes sont des relations qui ne se démontrent pas : ils se vérifient simplement expérimentalement, et restent posés dès qu'aucune expérience ne les a mise en défaut.

2.1. Les lois de Newton : les 3 principes

Les lois dites de Newton ont été posées pour l'essentiel au $XVII^{ième}$ siècle et début $XVIII^{ième}$ par Galilée et Newton. Aujourd'hui, soit 300 à 400 ans plus tard, elles n'ont pas été remises en cause tant que l'on reste dans les limites de la mécanique classique.

2.1.1. La première loi de Newton : le principe d'inertie

Soit un point M de masse m.

Définition
On dit qu'un système est isolé (par exemple le point M) si ce système ne subit aucune action (aucune force) de l'extérieur.

En pratique, un système isolé est très difficile à obtenir ! Il faudrait placer l'objet dans l'espace, loin de toute autre masse. Pour effectuer une expérience sur ou proche de la Terre par exemple, il faudra se contenter de systèmes pseudo-isolés.

Définition
Un système est dit pseudo-isolé si toutes les actions extérieures se compensent.
C'est par exemple le cas en impesanteur dans un satellite en orbite autour de la Terre.

Première loi de Newton ou principe d'inertie
Dans un référentiel Galiléen R (appelé également référentiel d'inertie), le mouvement d'un point isolé est rectiligne uniforme (ou au repos).

Définition du référentiel Galiléen
Sa définition est en réalité donnée implicitement par le principe d'inertie : on prend le référentiel R étudié, on y place un point isolé (ou pseudo-isolé) de masse m, et on observe son mouvement dans R. Si son mouvement est rectiligne uniforme, le référentiel est alors dit "Galiléen". Concrètement, d'après cette définition, la détermination du caractère Galiléen ou non d'un référentiel est purement expérimentale. Nous allons maintenant rechercher d'autres critères permettant de s'abstenir d'effectuer cette expérience à chaque fois que l'on considère un nouveau référentiel d'étude.

Pour cela, un référentiel Galiléen, le référentiel de Copernic est défini.

Le référentiel de Copernic a son centre au centre de gravité du système solaire ; ses trois axes sont définis par les trois directions de 3 étoiles très éloignées (et donc supposées fixes par rapport au centre de gravité du système solaire).

Par la suite, on le prendra comme référence, et seuls les référentiels en translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel de Copernic sont considérés comme étant Galiléens.

Le référentiel terrestre (référentiel fixé à la Terre) est-il Galiléen ?

En toute rigueur, il ne l'est pas, car il tourne dans le référentiel de Copernic (rotation de la Terre sur elle même et rotation de la Terre autour du soleil). En pratique, à partir du moment où l'expérience se déroule sur une durée très inférieure à une journée, on pourra quasiment le considérer comme étant Galiléen.

2.1.2. La deuxième loi de Newton ; le principe fondamental de la dynamique

La deuxième loi de Newton relie les forces s'appliquant sur un point M à l'accélération du point M.

Une force s'appliquant sur un point matériel M a les mêmes caractéristiques qu'un vecteur : elle a une direction, un sens et son action, plus ou moins importante, se mesure par une intensité. Cette force est donc représentée par un vecteur $\overrightarrow{F}$.

Expérimentalement, on peut observer que l'application d'une force $\overrightarrow{F}$ sur le point matériel M accélère le mouvement de ce point M ; cette accélération notée $\overrightarrow{a}$ se produit dans la même direction, le même sens que la force et est proportionnelle à cette force. La constante de proportionnalité entre $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{a}$ est la masse m du point M.

Le principe fondamental de la dynamique s'énonce alors comme suit :

$$\boxed{\overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}(M)_{/R}}$$

Définition

La quantité de mouvement notée $\overrightarrow{p}$ d'un point matériel M de masse m se déplaçant à une vitesse $\overrightarrow{v}$ est par définition :

$$\overrightarrow{p} = m\overrightarrow{v}$$

Le principe fondamental de la dynamique devient alors :

$$\overrightarrow{F} = m\frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \frac{d(m\overrightarrow{v})}{dt}.$$

Ceci permet d'écrire le théorème de la quantité de mouvement (qui est exactement la même chose que le principe fondamental de la dynamique) :

$$\overrightarrow{F} = \frac{d\overrightarrow{p}}{dt}.$$

Remarque 2.1 *Si plusieurs forces s'appliquent sur le point M, leurs actions s'additionnent :*

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext\rightarrow M} = m\overrightarrow{a}(M)$$

ou

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext \to M} = \frac{d\overrightarrow{p}}{dt};$$

$\overrightarrow{F}_{ext \to M}$ *sont les forces s'appliquant sur M.*

2.1.3. La troisième loi de Newton : le principe des actions réciproques

Soit une force $\overrightarrow{F}$ qui est créée par un point P (dit acteur) sur un point M (dit receveur). On note $F_{P \to M}$ la force appliquée par P sur M. On a :

$$\overrightarrow{F}_{P \to M} = m\overrightarrow{a}(M).$$

En fait, on constate que si P agit sur M, alors systématiquement, M agit également sur P de manière réciproque, selon la même direction, la même intensité, mais dans des sens différents. C'est le principe des actions réciproques :

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{P \to M} = -\overrightarrow{F}_{M \to P}.}$$

Exemples : choc de deux particules, attraction Coulombienne des deux charges, attraction gravitationnelle de deux masses...

2.2. Les forces

2.2.1. La force de gravitation

La force de gravitation, appelée aussi force d'interaction gravitationnelle, a été décrite pour la première fois par Newton en 1650. Elle décrit l'attraction entre deux masses placées l'une au voisinage de l'autre. Cette action est généralement de faible intensité, sauf quand des masses très importantes, comme le Terre par exemple, interviennent.

Expérimentalement, on peut vérifier que l'attraction entre les deux masses est proportionnelle à la valeur de chacune des masses, et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare. Cette force étant attractive, et en notant G la constante de proportionnalité, la force de gravitation entre les deux point M et P de masses respectives m_P et m_M et distants de r est :

$$\overrightarrow{F}_{P \to M} = -G\frac{m_P m_M}{r^2}\overrightarrow{e}_{P \to M}.$$

$\overrightarrow{F}_{P \to M}$ est la force créée par P et s'appliquant sur M, et $\overrightarrow{e}_{P \to M}$ est le vecteur unitaire dirigé de P vers M ;

$G = 6.67259 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$ est la constante universelle de gravitation.

La force de gravitation peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$\overrightarrow{F}_{P \to M} = -Gm_P m_M\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}.$$

Un cas particulier très courant et donc important est l'attraction d'une masse m d'un objet par la Terre de masse M_T :

$$\overrightarrow{F}_{P\rightarrow M} = -G\frac{mM_T}{R^2}\overrightarrow{N} \tag{1}$$

avec R la distance séparant l'objet du centre de la Terre (en supposant que l'on puisse considérer que l'attraction de la Terre se ramène à celle d'un point M placé au centre de Terre et de masse M_T, ce qui sera ultérieurement démontré cette année). $\overrightarrow{N}$ est le vecteur vertical dirigé du centre de la Terre vers l'objet.

La relation (1) s'écrit plus simplement :

$$\overrightarrow{F}_{P\rightarrow M} = m\overrightarrow{g}$$

avec

$$\overrightarrow{g} = -G\frac{M_T}{R^2}\overrightarrow{N}.$$

$\overrightarrow{g}$ représente le champ de pesanteur de la Terre; il diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la Terre. A la surface de la Terre le champ est :

$$\overrightarrow{g}_0 = -G\frac{M_T}{R_T^2}\overrightarrow{N},$$

avec R_T le rayon de la Terre. A une altitude h, le champ de pesanteur est alors :

$$\overrightarrow{g} = \overrightarrow{g}_0\left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)^2.$$

2.2.2. L'interaction Coulombienne

L'interaction Coulombienne est une force s'appliquant entre deux points M et $M\prime$ de charges respectives q et $q\prime$. Comme pour l'interaction Newtonienne, son intensité est inversement proportionnelle à la distance r au carré qui les sépare. Cette force est de plus proportionnelle aux charges q et $q\prime$; elle s'écrit :

$$\overrightarrow{F}_{M'\rightarrow M} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq\prime}{r^2}\overrightarrow{e}_{M'\rightarrow M}.$$

La constante de proportionnalité vaut

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.10^{+9}SI.$$

On peut aussi noter

$$\overrightarrow{F}_{M'\rightarrow M} = q\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q\prime}{r^2}\overrightarrow{e}_{M'\rightarrow M}\right) = q\overrightarrow{E}(M)$$

avec $\overrightarrow{E}(M)$ le champ électrique créée par la charge $q\prime$ en M.

2.2.3. L'interaction électromagnétique

Comme nous venons de le voir, une charge q en présence d'un champ $\overrightarrow{E}$ crée une force

$$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E}(M).$$

De manière plus générale, la présence d'un champ électro-magnétique (champs $\overrightarrow{E}$ **et** $\overrightarrow{B}$) créée une force

$$\overrightarrow{F} = q\left(\overrightarrow{E}(M) + \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}(M)\right).$$

2.2.4. Les forces de contact

2.2.4.1. Réaction d'un support

Considérons un objet placé sur un support solide. L'objet ne peut pas pénétrer dans le support : il y a une force appelée réaction du support et notée $\overrightarrow{R_N}$ qui s'y oppose. Cette réaction s'applique sur l'objet au niveau du contact objet-support, et sa direction est orthogonale à la surface du support au niveau du contact.

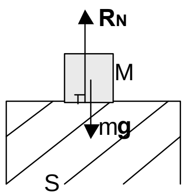
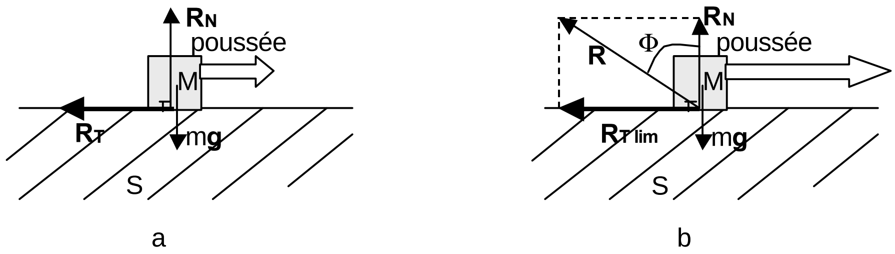


Fig.2.1.

2.2.4.2. Le frottement solide

Considérons à nouveau le support précédent sur lequel est placé l'objet M. Poussons cet objet à l'aide d'une force $\overrightarrow{F}$ afin de la faire glisser sur le support. Si cette force de poussée n'est pas suffisante, l'objet ne bouge pas : il y a une certaine résistance au déplacement, appelée force de frottement solide et notée $\overrightarrow{R_T}$. Cette force s'oppose exactement à notre poussée... Toutefois, si l'on pousse avec suffisamment d'intensité, l'objet se met à bouger : la force de frottement solide a atteint sa valeur limite qu'elle ne peut pas dépasser ; on notera son intensité limite $R_{T\,\mathrm{lim}}$.



Le frottement solide s'oppose à la poussée de manière à ce que le solide M reste immobile (schéma a). Toutefois, ce frottement solide ne peut pas dépasser une certaine valeur limite (proportionnelle à la réaction du support ; schéma b).

En fait cette limite $R_{T\,\mathrm{lim}}$ dépend de la norme de la réaction du support $\overrightarrow{R_N}$ précédemment évoquée :

$$R_{T\,\mathrm{lim}} = \mu R_N.$$

μ est le coefficient de friction ; on peut noter aussi l'angle de frottement Φ tel que $\tan\Phi = \mu$. Cet angle est l'angle maximum pouvant exister entre la force $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{R_T} + \overrightarrow{R_N}$ et la réaction $\overrightarrow{R_N}$.

Le coefficient μ dépend entre autres de la nature du support (rugueux, lisse) et de la surface de contact.

D'autre part, quand l'objet M est en mouvement, le frottement est égal en norme à la valeur limite $R_{T\,\mathrm{lim}}$ et est de direction opposée au mouvement, et ce quelle que soit l'éventuelle poussée appliquée.

2.2.4.3. Les forces de frottement fluide

Le frottement visqueux est lié au mouvement de l'objet M dans un milieu fluide (air, liquide ou autre). Il est créé par les particules du fluide qui viennent choquer la surface de l'objet M quand ce dernier est en mouvement. Il existe des modélisations de ce phénomène qui sont très complexes. Nous nous limiterons ici à donner des lois approchées déterminées expérimentalement. Pour de faibles vitesses, le frottement est quasiment proportionnel en norme à la vitesse de déplacement de l'objet ; pour des vitesses plus élevées, le frottement se met à augmenter plus rapidement, et devient quasiment proportionnel à la vitesse de M au carré. Dans tous les cas, les forces de frottement sont bien évidemment opposées à la vitesse de M.

L'approximation suivante sera donc considérée comme relativement correcte dans de nombreux cas d'étude.

- Pour de faibles vitesses de déplacement du point M ou des viscosités assez importantes :

$$\overrightarrow{F}_{frott} \simeq -h\overrightarrow{v}(M)$$

avec h constante déterminée expérimentalement.

- Pour des vitesses de déplacement plus importantes du point M ou des déplacements dans de faibles viscosités :

$$\overrightarrow{F}_{frott} \simeq -KSv^2(M)\overrightarrow{T}$$

avec $\overrightarrow{T}$ le vecteur tangent à la trajectoire, K une constante et S le maître couple (section balayée par l'objet en mouvement).

2.2.5. Les forces de tension

Soit un point M de masse m accroché au bout d'un fil élastique rectiligne. Quand le fil s'allonge, une force de rappel proportionnelle à cet allongement et appelée tension s'exerce sur la masse :

$$\overrightarrow{T} = -k(l - l_0)\overrightarrow{u}.$$

k est une constante appelée constante de raideur ; l est la longueur du fil, l_0 est la longueur du fil à vide (non étiré) et $\overrightarrow{u}$ un vecteur unitaire dirigé suivant la direction du fil. Le signe négatif de la relation traduit le fait que cette force s'oppose à l'allongement.

Une force de rappel équivalente se produit pour un ressort : $(l - l_0)$ peut alors être positif ou négatif suivant que le ressort est allongé ou comprimé.

2.3. Applications

2.3.1. Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme

- sans résistance de l'air
- avec résistance de l'air

Ce paragraphe est traité en cours

2.3.2. Mouvement d'une masse accrochée à un ressort

Ce paragraphe est traité en classe