Ondes sonores dans les fluides

Lycée Montesquieu, Le Mans

Mars 2017

Plan du cours - Ondes sonores dans les fluides

Plan du cours - Ondes sonores dans les fluides

L'approximation de l'acoustique

L'acoustique

L'acoustique est une vibration des particules de matière (échelle mésoscopique), qui se propage.
Dans le cas du fluide, l'onde est longitudinale.

Le domaine audible correspond à 20 Hz - 20 kHz.

-> Illustration d'une onde sonore dans un tuyau

La pression $P(x,t)$ est alors décomposée :

$$\underset{\text{totale}}{P(x,t)} = \underset{\text{moyenne}}{P_0} + \underset{\text{acoustique}}{p_1(x,t)}$$

L'approximation de l'acoustique

L'acoustique

L'acoustique est une vibration des particules de matière (échelle mésoscopique), qui se propage.
Dans le cas du fluide, l'onde est longitudinale.

Le domaine audible correspond à $20\,\mathrm{Hz}$ - $20\,\mathrm{kHz}$.
-> Illustration d'une onde sonore dans un tuyau

La pression $P(x,t)$ est alors décomposée :

$$\underbrace{P(x,t)}_{\text{totale}} = \underbrace{P_0}_{\text{moyenne}} + \underbrace{p_1(x,t)}_{\text{acoustique}}$$

L'approximation de l'acoustique

On écrit alors :

$$P(x,t) = P_0 + p_1(x,t)$$
$$\mu(x,t) = \mu_0 + \mu_1(x,t)$$
$$v(x,t) = \cancel{v_0} + v_1(x,t)$$

L'approximation de l'acoustique

$$\frac{p_1}{P_0} \ll 1 \qquad \frac{\mu_1}{\mu_0} \ll 1 \qquad \frac{v_1}{c} \ll 1$$

Pour une conversation normale (60 dB) $\frac{p_1}{P_0} \approx 10^{-7}$! !

Plan du cours - Ondes sonores dans les fluides

Les équations de base

Acoustique = vibration du fluide -> *mécanique des fluides*

+ compression-détente -> *thermodynamique*

Hypothèses :

- approximation acoustique
- problème 1D
- poids non pris en compte
- fluide parfait (!) (donc pas de viscosité ; adiabatique)

Les équations de base

- Equation du mouvement (PFD) :
$\mu \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial P}{\partial x}$ se simplifie en $\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x}$

- Conservation de la masse :
$\mathrm{div}(\mu \overrightarrow{v}) + \frac{\partial \mu}{\partial t}$ se simplifie en $\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial \mu_1}{\partial t} = 0$

- Relation thermodynamique (compression adiabatique réversible) :
$\chi_s = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial \mu}{\partial P}\right)_s$ se simplifie en $\mu_1 = (\mu_0 \chi_s) p_1$

Les équations de base

- Equation du mouvement (PFD) :
  $\mu \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\partial P}{\partial x}$ se simplifie en $\mu_0 \dfrac{\partial v_1}{\partial t} = -\dfrac{\partial p_1}{\partial x}$
- Conservation de la masse :
  $\mathrm{div}(\mu \vec{v}) + \dfrac{\partial \mu}{\partial t}$ se simplifie en $\mu_0 \dfrac{\partial v_1}{\partial x} + \dfrac{\partial \mu_1}{\partial t} = 0$
- Relation thermodynamique (compression adiabatique réversible) :
  $\chi_s = \dfrac{1}{\mu}\left(\dfrac{\partial \mu}{\partial P}\right)_s$ se simplifie en $\mu_1 = (\mu_0 \chi_s) p_1$

Les équations de base

- Equation du mouvement (PFD) :
  $\mu \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\partial P}{\partial x}$ se simplifie en $\mu_0 \dfrac{\partial v_1}{\partial t} = -\dfrac{\partial p_1}{\partial x}$
- Conservation de la masse :
  $\mathrm{div}(\mu \vec{v}) + \dfrac{\partial \mu}{\partial t}$ se simplifie en $\mu_0 \dfrac{\partial v_1}{\partial x} + \dfrac{\partial \mu_1}{\partial t} = 0$
- Relation thermodynamique (compression adiabatique réversible) :
  $\chi_s = \dfrac{1}{\mu}\left(\dfrac{\partial \mu}{\partial P}\right)_s$ se simplifie en $\mu_1 = (\mu_0 \chi_s) p_1$

Plan du cours - Ondes sonores dans les fluides

Equation de d'Alembert

Le système d'équation est :

$$\begin{cases} \mu_0 \dfrac{\partial v_1}{\partial t} & = & -\dfrac{\partial p_1}{\partial x} \\ \mu_0 \dfrac{\partial v_1}{\partial x} & = & -\dfrac{\partial \mu_1}{\partial t} \\ \mu_1 & = & (\mu_0 \chi_s) p_1 \end{cases}$$

La combinaison de ces équations aboutit à l'équation de d'Alembert

Equation de d'Alembert 1D en acoustique

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = 0 \qquad \text{avec} \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \chi_s}}$$

Equation de d'Alembert

Equation de d'Alembert 3D en acoustique

A 3 dimensions spatiales (admise) :

$$\Delta p_1 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = 0 \qquad \text{avec} \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \chi_s}}$$

Cas particulier du **gaz parfait** : $P\mu^{-\gamma} = \text{cte}$ donne

$$C = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M_{\text{gaz}}}}$$

Dans l'air, la vitesse du son ne dépend QUE de la température ! !

Air : $T = 25\,°\mathrm{C} = 298\,\mathrm{K} \qquad c = 346\,\mathrm{m/s}$

$T = 0\,°\mathrm{C} = 273\,\mathrm{K} \qquad c = 331\,\mathrm{m/s}$

Plan du cours - Ondes sonores dans les fluides

Plan du cours - Ondes sonores dans les fluides

Solutions OPPH

Solutions ondes planes progressives harmoniques

$$p_1^+(x,t) = P_{1M}\cos(\omega t - kx + \varphi) \qquad \text{OPPH}(+) \qquad \text{avec} \quad \omega = kc$$
$$p_1^-(x,t) = P_{1M}\cos(\omega t + kx + \varphi') \qquad \text{OPPH(-)} \qquad \text{avec} \quad \omega = kc$$

En injectant la solution OPPH(+) dans les équations de base, on en déduit la **structure de l'onde** :

- l'onde est **longitudinale**
- $p_1(x,t) = Z_c.v_1(x,t)$ avec $Z_c = \mu_0 c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\chi_S}}$ **l'impédance acoustique**

Solutions OPPH

Solutions ondes planes progressives harmoniques

$$p_1^+(x,t) = P_{1M}\cos(\omega t - kx + \varphi) \qquad \text{OPPH(+)} \qquad \text{avec} \quad \omega = kc$$
$$p_1^-(x,t) = P_{1M}\cos(\omega t + kx + \varphi') \qquad \text{OPPH(-)} \qquad \text{avec} \quad \omega = kc$$

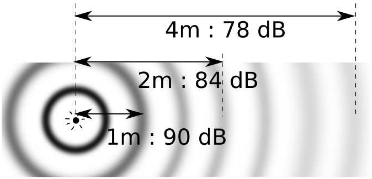
En injectant la solution OPPH$(+)$ dans les équations de base, on en déduit la **structure de l'onde** :

- l'onde est **longitudinale**
- $p_1(x,t) = Z_c.v_1(x,t)$ avec $Z_c = \mu_0 c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\chi_S}}$ **l'impédance acoustique**

Plan du cours - Ondes sonores dans les fluides

L'onde sphérique

C'est un cas plus courant en acoustique.



En champ lointain :

$$p_1(r,t) \simeq \frac{A}{r}\cos(\omega t - kr)$$

Plan du cours - Ondes sonores dans les fluides

Plan du cours - Ondes sonores dans les fluides

L'intensité sonore

Le vecteur densité de courant énergétique est : $\overrightarrow{\Pi}(x,t) = p_1 \overrightarrow{v_1}$

L'intensité acoustique

$$I = \left\langle \Pi \right\rangle_t = \left\langle p_1 v_1 \right\rangle_t = \frac{p_{1\text{eff}}^2}{\mu_0 c} \qquad \text{en} \quad \mathrm{W/m^2}$$

$$I_{dB} = 10.\log\left(\frac{I}{I_{ref}}\right) \quad \text{avec} \quad I_{ref} = 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2}$$

$$I_{dB} = 20.\log\left(\frac{p_{1\text{eff}}}{P_{ref}}\right) \quad \text{avec} \quad P_{ref} = 2.10^{-5}\,\mathrm{Pa}$$

P_{ref}, I_{ref} est la limite de l'audible soit $10^{-16}\,\mathrm{W}$ sur le tympan de l'oreille de $1\,\mathrm{cm^2}$

L'intensité sonore

Le vecteur densité de courant énergétique est : $\overrightarrow{\Pi}(x,t) = p_1 \overrightarrow{v_1}$

L'intensité acoustique

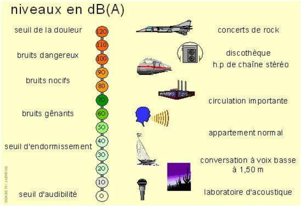
$$I = \langle \Pi \rangle_t = \langle p_1 v_1 \rangle_t = \frac{p_{1\text{eff}}^2}{\mu_0 c} \qquad \text{en} \quad \text{W/m}^2$$

$$I_{dB} = 10.\log\left(\frac{I}{I_{ref}}\right) \quad \text{avec} \quad I_{ref} = 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2}$$

$$I_{dB} = 20.\log\left(\frac{p_{1\text{eff}}}{P_{ref}}\right) \quad \text{avec} \quad P_{ref} = 2.10^{-5}\,\mathrm{Pa}$$

P_{ref}, I_{ref} est la limite de l'audible soit $10^{-16}\,\mathrm{W}$ sur le tympan de l'oreille de $1\,\mathrm{cm}^2$

Intensité sonore : échelle de bruit



	I_{dB}	I (W/m^2)	p_1 (Pa)	v_1 (m/s)	ampl(*) (m)
seuil de douleur	120	1	20	0.5	8.10^{-5}
conversation	60	10^{-6}	2.10^{-2}	5.10^{-4}	8.10^{-8}
limite audible	0	10^{-12}	2.10^{-5}	5.10^{-7}	8.10^{-11}

(*) *Amplitude pour* 1 kHz

Plan du cours - Ondes sonores dans les fluides

Densité volumique d'énergie

La densité volumique d'énergie acoustique est composée de l'énergie cinétique volumique et de l'énergie potentielle volumique de surpression

Densité volumique d'énergie

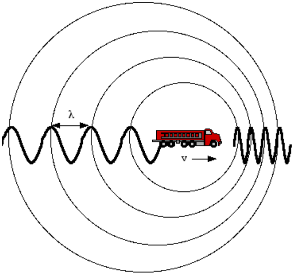
$$e_m = e_c + e_p$$

$e_c = \frac{1}{2}\mu_0 v_1^2$ énergie cinétique volumique

$e_p = \frac{1}{2}\chi_s p_1^2$ énergie potentielle volumique de surpression

Plan du cours - Ondes sonores dans les fluides

L'effet Doppler



L'effet Doppler

L'effet Doppler

Soit une source sonore émettant un son de fréquence f_0 et s'éloignant à la vitesse v_0 d'un auditeur immobile (récepteur). La fréquence du son perçu par l'auditeur est :

$$f_{\text{Dop.}} = \frac{f_0}{1 + \dfrac{v_0}{c}}$$