- Champ statorique : $\vec{B}_{stator}(M) = \underbrace{\frac{\mu_0 i_0}{2e}}_{B_{0S}} \cos(\Omega t - \theta)\, \vec{u}_r$ tournant
- Champ rotorique : $\vec{B}_{rotor}(M) = \underbrace{\frac{\mu_0 I}{2e}}_{B_{0R}} \cos(\theta - \omega t - \theta_0)\, \vec{u}_r$

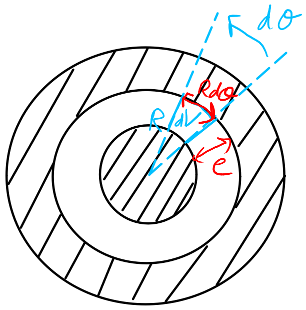
élec

méca

(θ repère M)

4) Énergie emmagasinée dans l'entrefer

Entrefer de hauteur L, espacement e, situé à une distance R du centre :



$$dV = e \times R d\theta \times L$$

Soit Em l'énergie magnétique dans l'entrefer :

$$E_m = \iiint_{V_{entrefer}} \frac{B^2}{2\mu_0}\, dV$$

donc $E_m = \displaystyle\int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{(\vec{B}_{stat} + \vec{B}_{rot})^2}{2\mu_0}\, e R\, d\theta\, L$

et $(\vec{B}_{stat} + \vec{B}_{rot})^2 = \underbrace{B_{0S}^2 \cos^2(\Omega t - \theta)}_{①} + \underbrace{B_{0R}^2 \cos^2(\theta - \omega t - \theta_0)}_{②} + \underbrace{2 B_{0S} B_{0R} \cos(\Omega t - \theta)\cos(\theta - \omega t - \theta_0)}_{③}$

① $\displaystyle\int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{B_{0S}^2}{2\mu_0} \cos^2(\Omega t - \theta)\, e L R\, d\theta = \frac{B_{0S}^2}{2\mu_0} e L R \underbrace{\int_{\theta=0}^{2\pi} \cos^2(\Omega t - \theta)\, d\theta}_{\pi}$

$$= \frac{B_{0S}^2}{2\mu_0} e . L . R . \pi$$

② $\displaystyle\int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{B_{0R}^2}{2\mu_0} \cos^2(\theta - \omega t - \theta_0)\, e L R\, d\theta = \frac{B_{0R}^2}{2\mu_0} e . L . R . \pi$

③ $\displaystyle\int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{B_{0R} B_{0S}}{\mu_0} \cos(\Omega t - \theta) . \cos(\theta - \omega t - \theta_0) . e . L . R . d\theta$

$$= \frac{1}{2} \frac{B_{0R} B_{0S}}{\mu_0} e L R \int_{\theta=0}^{2\pi} \cos(\Omega t - \omega t - \theta_0)\, d\theta$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{B_{0R} B_{0S}}{\mu_0} e L R \underbrace{\int_{\theta=0}^{2\pi} \cos(\Omega t - 2\theta + \omega t + \theta_0)\, d\theta}_{0}$$

$$= \frac{B_{0R} B_{0S}}{2\mu_0} e L R \cos(\Omega t - \omega t - \theta_0)\, 2\pi$$

donc $$E_m = \underbrace{\frac{B_{0S}^2}{2\mu_0} e L R \pi}_{E_m \text{ Stator}} + \underbrace{\frac{B_{0R}^2}{2\mu_0} e L R \pi}_{E_m \text{ Rotor}} + \underbrace{\frac{B_{0R} B_{0S}}{\mu_0} \pi e L R \cos(\Omega t - \omega t - \theta_0)}_{E_m \text{ couplage Stator} \leftrightarrow \text{Rotor}}$$

Seul le terme de couplage dépend de la position du rotor $\theta_R' = \omega t + \theta_0$

$$E_{m\,couplage} = \frac{B_{0R} B_{0S}}{\mu_0} \pi e L R \cos(\Omega t - \theta_R')$$

5) Couple mécanique

- Pour un mouvement de translation, on a admis :

$$\boxed{F_m = \left(\frac{\partial E_m}{\partial x}\right)_i}$$

x repère la position de la pièce mobile en translation : le contacteur

- Pour un mouvement de rotation, on admet :

$$\boxed{C_m = \left(\frac{\partial E_m}{\partial \theta_R'}\right)_i}$$

θ_R' repère la position de la pièce mobile en rotation : le rotor

Ici, on a : $$C_m = \frac{\partial}{\partial \theta_R'}\left(E_{m\,rotor} + E_{m\,stator} + \frac{\pi B_{0R} B_{0S}}{\mu_0} e L R \cos(\Omega t - \theta_R')\right)_i$$

$$C_m = \frac{\pi B_{0S} B_{0R}}{\mu_0} e L R \sin(\Omega t - \theta_R')$$

$$C_m = \frac{\pi B_{0S} B_{0R}}{\mu_0} e L R \sin((\Omega - \omega) t - \theta_0)$$