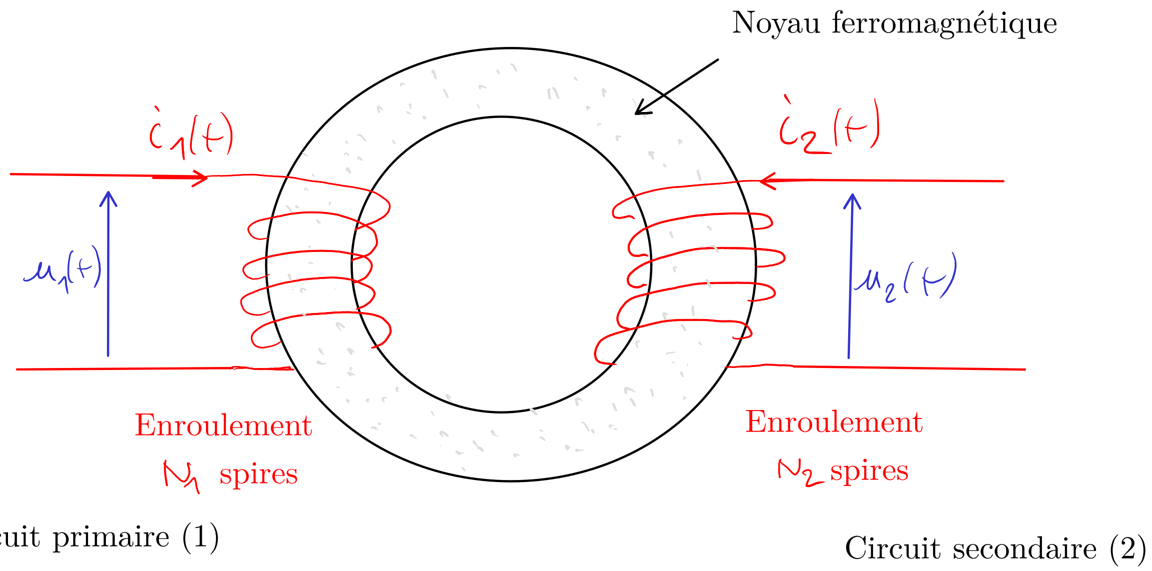
Le transformateur

I) Constitution d'un transformateur

Un transformateur modifie l'amplitude de la tension et de l'intensité électrique alternative sans modifier sa fréquence.



Le noyau ferromagnétique sert à canaliser les lignes de champ $\vec{B}$.

II) Modèle du transformateur idéal

Hypothèses du modèle :

- Le milieu ferromagnétique est L-I-H
- $\mu_r \rightarrow \infty$ (pour un bon fer doux $\mu_r \sim 10^5$)

donc $\vec{B}$ est totalement canalisé par le circuit magnétique

(aucune ligne de $\vec{B}$ ne sort du fer)

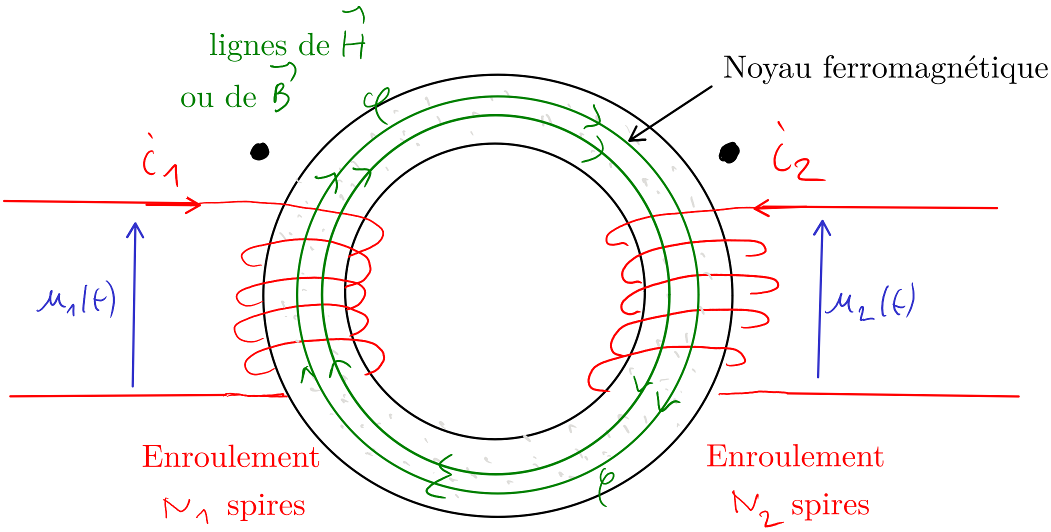
- Les enroulements de fils de cuivre sont bons conducteurs

$(\underbrace{R_1 \simeq 0}_{\text{Bobine 1}}$ et $\underbrace{R_2 \simeq 0}_{\text{Bobine 2}})$

Par ailleurs, nous considérerons que la section S du fer reste constante, et que donc B reste constante le long d'une ligne de B, car les lignes de B restent équidistantes.

Cette hypothèse simplifie les calculs, mais ne modifie en rien les résultats

1) Loi de transformation des tensions



$\vec{B}$ est totalement canalisé par le ferromagnétique, donc le fer constitue un tube de $\vec{B}$.

Le flux de $\vec{B}$, noté Φ, est donc le même à travers toute section du fer.

Ce flux Φ est donc identique à travers toute spire, que ce soit le circuit (1) ou le circuit (2)

On a donc $\phi_1 = N_1 \, \phi$ à travers les N_1 spires

et $\phi_2 = N_2 \, \phi$ à travers les N_2 spires

Or $e_1 = -\dfrac{d\phi_1}{dt} = -N_1 \dfrac{d\phi}{dt}$ et $e_2 = -\dfrac{d\phi_2}{dt} = -N_2 \dfrac{d\phi}{dt}$

$v_1 = -e_1$ $\qquad$ $v_2 = -e_2$

donc $\boxed{\dfrac{v_2(t)}{v_1(t)} = \dfrac{N_2}{N_1} = m}$ m est le rapport de transformation

2) Loi de transformation des courants

Appliquons le théorème d'Ampère sur une ligne $\mathcal{C}$ du champ :

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{H} \cdot \vec{dl} = I_{\text{enlacé}} = N_1 i_1 + N_2 i_2$$

Comme $\vec{H} \parallel \vec{dl}$, et que la section du tube de B reste constante:

$B = cte$ le long d'une ligne $\mathcal{C}$ et donc H également. $\left(H = \frac{B}{\mu}\right)$

donc $H \cdot l = N_1 i_1 + N_2 i_2$ (l longueur du circuit magnétique)

donc $N_1 i_1 + N_2 i_2 = \frac{B l}{\mu_0 \mu_r}$

Pour un ferromagnétique idéal, $\mu_r \rightarrow \infty$ donc $N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0$

soit $$\boxed{\frac{i_2(t)}{i_1(t)} = -\frac{N_1}{N_2} = -\frac{1}{m}}$$

3) Loi de conservation des puissances

Puissance électrique reçue côté 1 : $P_1 = u_1 i_1$

Puissance électrique reçue côté 2 : $P_2 = u_2 i_2$

Or $\frac{u_2}{u_1} = m$ et $\frac{i_2}{i_1} = -\frac{1}{m}$

donc $\boxed{P_2 = -P_1}$

x^2

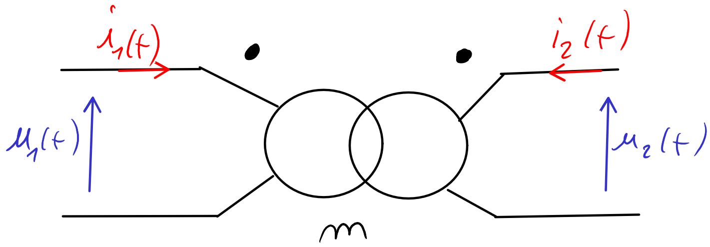
La puissance électrique reçue au primaire est égale à la puissance électrique donnée au secondaire

$\Rightarrow$ rendement $\eta = \frac{P_2}{P_1} = 100\%$

Ce qui n'est pas surprenant car on a considéré le transformateur idéal :

$\longrightarrow$ il n'y a donc pas de perte.

4) Symbole et orientation des courants

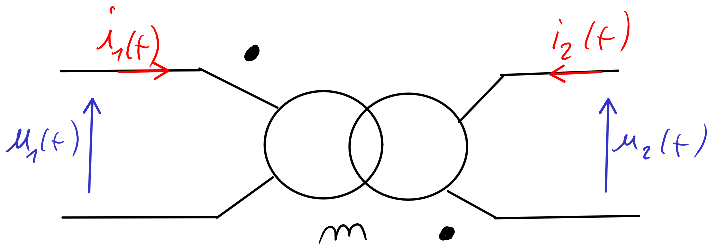


Les points • du même côté signifient que les enroulements des bobinages sont symétriques.

En plaçant les tensions symétriquement ainsi que les courants, les signes sont les suivants :

$$u_2(t) = m\, u_1(t) \qquad \text{et} \qquad i_2(t) = -\frac{1}{m}\, i_1(t)$$

En cas de sens de bobinages inversés :



$$u_2(t) = -m\, u_1(t) \qquad \text{et} \qquad i_2(t) = -\frac{1}{m}\, i_1(t)$$

III) Les pertes du transformateur réel

Les pertes sont classées en 2 catégories :

$\longrightarrow$ Les pertes cuivre : • Effet Joule dans les électriques des bobinages (en cuivre)

$$R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2$$

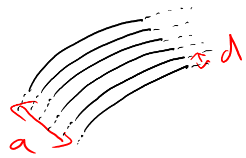
$\longrightarrow$ Les pertes fer :

- Par courant de Foucault dans le fer : $\propto f^2$ $\propto a^4$
- Par hystérésis $\propto$ Aire du cycle d'hystérésis
- Quelques lignes de champ $\vec{B}$ sortent du fer : μ_r est fini

Solutions :

- Pertes cuivre : fils de plus grosse section (donc résistance électrique diminuée)
- Courants de Foucault : feuilletage

  (diamètre d des feuilles beaucoup plus petites que a)



- Hystérésis : utilisation de fer doux

Avec ces solutions, le rendement d'un transformateur réel est de 95% à 98%

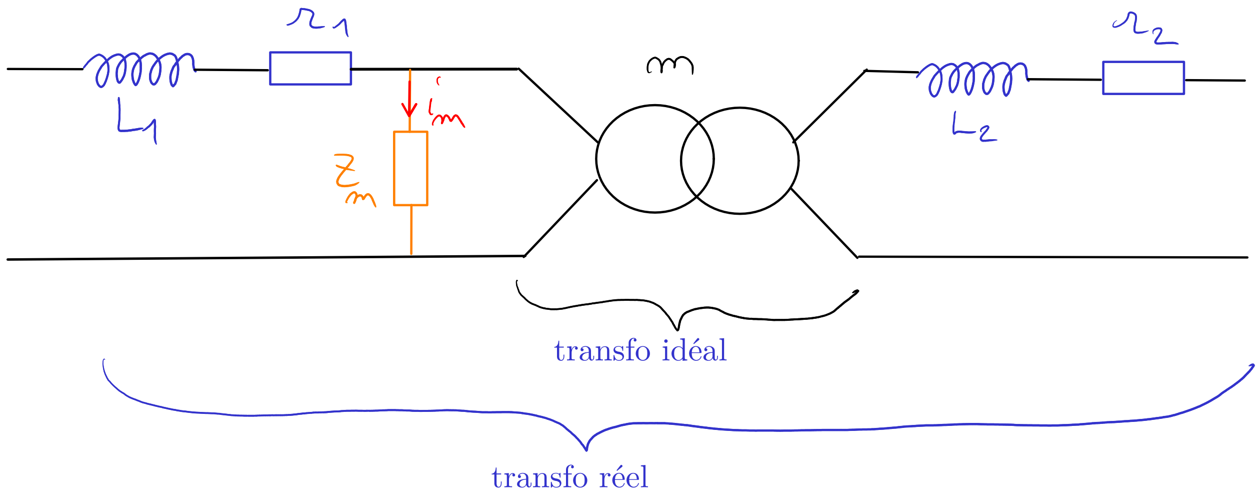
Par ailleurs, le théorème d'Ampère a donné :

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = \frac{B \times l}{\mu_0 \mu_r} \quad \text{noté } i_m$$

(i_m) est homogène à un courant et est appelé courant magnétisant.

En effet, pour un ferromagnétique réel, μ_r est non nul. Même à $i_2 = 0$, il est nécessaire de fournir un courant $i_1 \neq 0$ pour entretenir le champ $\vec{B}$.

Un transformateur réel peut être modélisé comme un transformateur idéal sur lequel on vient ajouter des éléments représentant ses "défauts" :



L_1 auto inductance du bobinage 1

L_2 auto inductance du bobinage 2

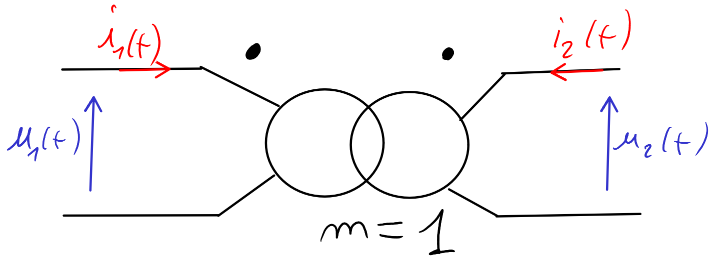
r_1 résistance do bobinage 1

r_2 résistance du bobinage 2

i_m courant magnétisant "perdu" (donc placé en dérivation)

IV) Applications du transformateur

1) Le transformateur d'isolement



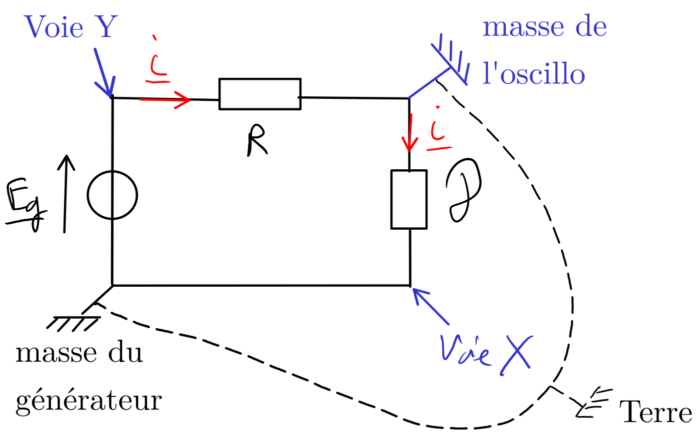
1. Le transformateur d'isolement permet de résoudre les problèmes de masse.

2. Peut être utilisé pour la protection des personnes (masse flottante).

Exemple : On souhaite effectuer un tracé de la caractéristique du dipôle D à l'oscillo.

L'observation de i s'effectue grâce à une résistance R.

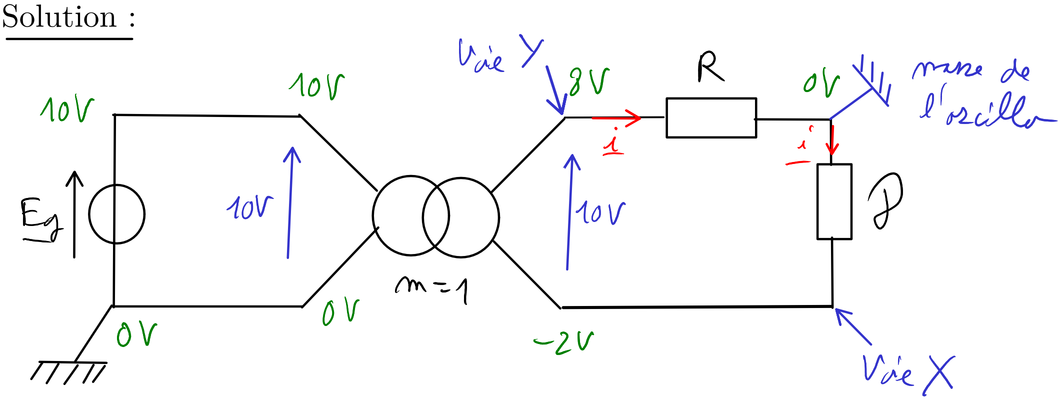
Problème



Les masses de l'oscillo et celle du générateur sont toutes reliées à la Terre :
cela créé un court-circuit !

En vert : exemple de potentiel
En bleu : tensions correspondantes

Solution :

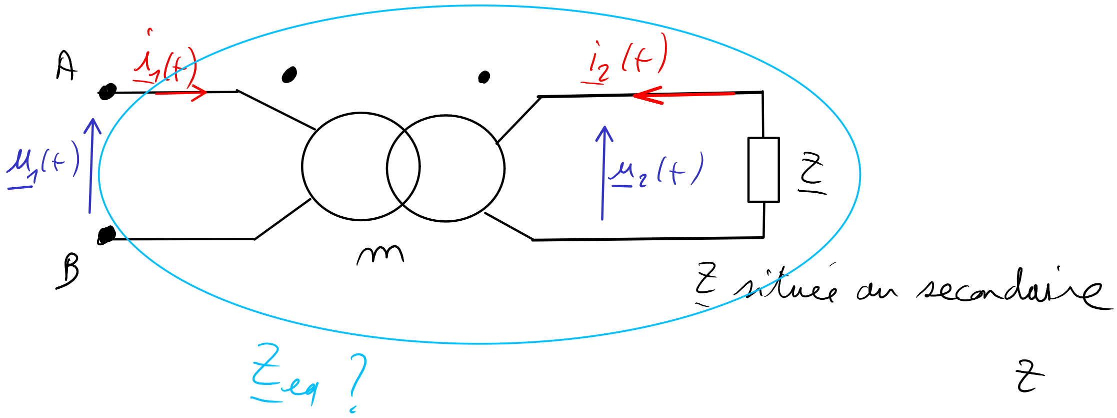


Un transformateur d'isolement conserve la tension. (ici 10V donné par le générateur dans cet exmple) mais permet au potentiel d'être différent.

2) Transfert d'impédance ; adaptation d'impédance

a) Transfert du primaire au secondaire

Un transformateur placé devant une impédance située dans le secondaire modifie l'impédance équivalente vue du primaire située au secondaire :



Z

Calculons équivalente Z vue entre A et B, c'est-à-dire Z ramenée au primaire.
Il faut pour cela relier $\underline{u}_1$ à $\underline{i}_1$:

On a :

$$\begin{cases} \underline{u}_2 = -\underline{Z}\,\underline{i}_2 & (1) \\ \underline{u}_2 = m\,\underline{u}_1 & (2) \\ \underline{i}_2 = -\frac{1}{m}\,\underline{i}_1 & (3) \end{cases}$$

Remplaçons $\underline{u}_2$ et $\underline{i}_2$ dans (1) à l'aide de (2) et (3) :

$$m\,\underline{u}_1 = -\underline{Z}\left(-\frac{1}{m}\right)\underline{i}_1 \quad \text{soit} \quad \underline{u}_1 = \underbrace{\left(\frac{\underline{Z}}{m^2}\right)}_{\underline{Z}_{eq}}\underline{i}_1$$

$$\boxed{\underline{Z}_{eq} = \frac{\underline{Z}}{m^2}}$$

L'impédance est donc divisée par m² quand elle est ramenée au primaire.

Notons que cela ne change pas sa nature :

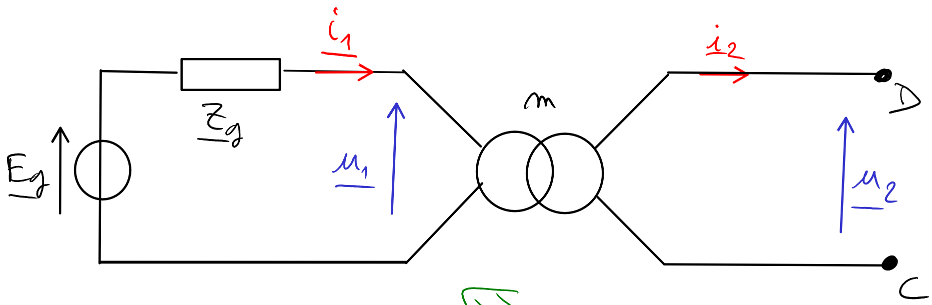
$\rightarrow$ si $\underline{Z} = R$ alors $\underline{Z_{eq}} = \dfrac{R}{m^2}$ reste une résistance

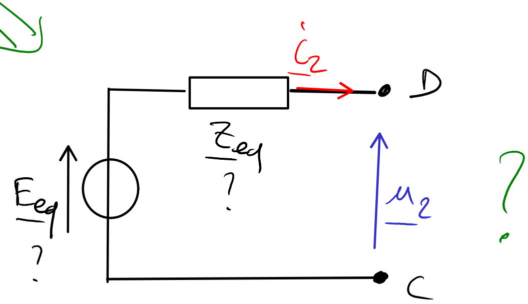
$\rightarrow$ si $\underline{Z} = jL\omega$ alors $\underline{Z_{eq}} = j\dfrac{L\omega}{m^2}$ reste une inductance

$\rightarrow$ si $\underline{Z} = \dfrac{1}{jC\omega}$ alors $\underline{Z_{eq}} = \dfrac{1}{jCm^2\omega}$ reste un condensateur

b) Transfert au secondaire

Plaçons un générateur et une impédance au primaire et calculons le dipôle équivalent au secondaire.





Relions $\underline{u_2}$ à $\underline{i_2}$:

$$\begin{cases} \underline{u_1} = \underline{E_g} - \underline{Z_g}\,\underline{i_1} \\ \underline{u_2} = m\,\underline{u_1} \\ \underline{i_2} = -\dfrac{1}{m}\,\underline{i_1} \end{cases}$$

soit $$\frac{\underline{u_2}}{m} = \underline{E_g} - \underline{Z_g}(-m)\,\underline{i_2}$$

soit $$\underline{u_2} = \underbrace{\frac{\underline{E_g}}{m}}_{\underline{E_{eq}}} + \underbrace{m^2\,\underline{Z_g}}_{\underline{Z_{eq}}}\,\underline{i_2}$$

$$\boxed{\underline{E_{eq}} = \frac{\underline{E_g}}{m}}$$

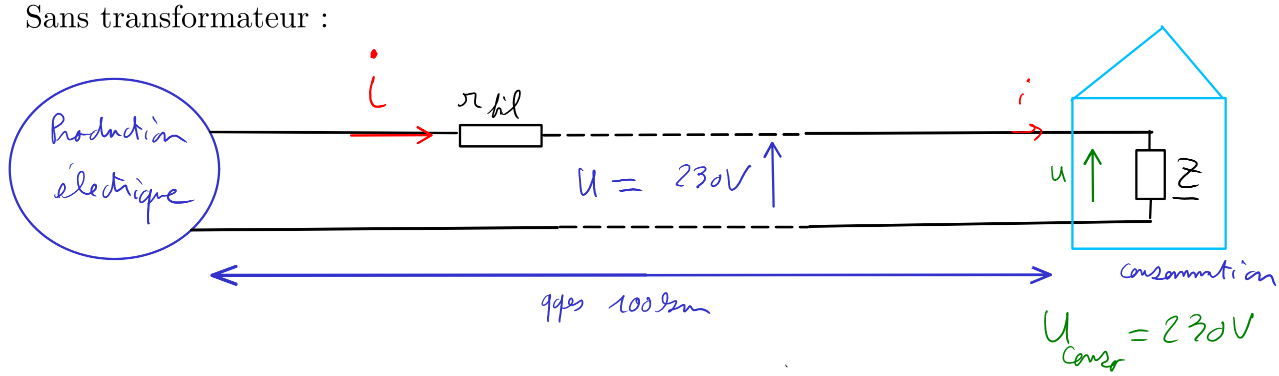
et $$\boxed{\underline{Z_{eq}} = m^2\,\underline{Z_g}}$$

Le transfert du primaire au secondaire ne change pas non plus la nature de l'impédance.

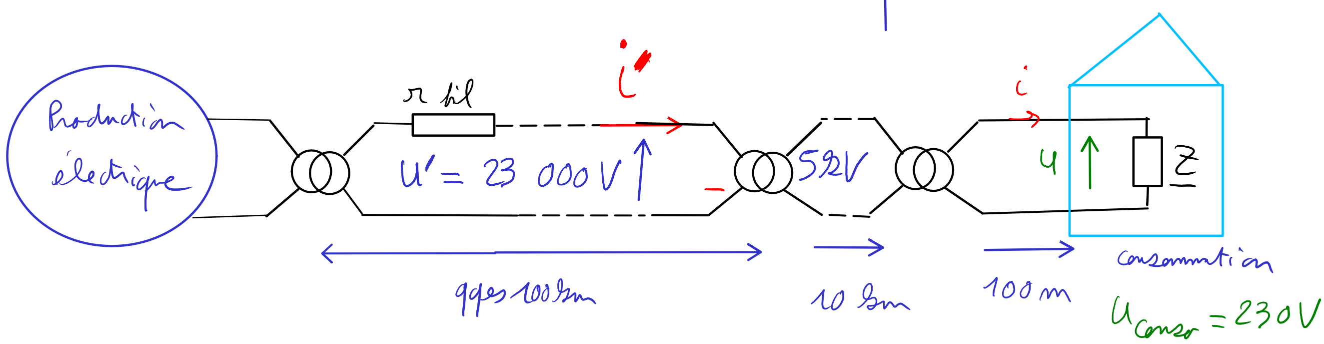
→ Adaptation d'impédance : voir exercice de TD.

3) Abaisseur ou élévateur de tension

Sans transformateur :



Avec transofrmateurs :



Le transport d'électricité se fait à haute tension (23kV sur l'exemple ci-dessus), puis est distribuée localement à plus basse tension (5kV puis 230V)

Pour $U = 230V$ fixée et P fixée au niveau du consommateur, comme on a

$P = U i = U' i'$ alors $i' = i \times \frac{U}{U'} = i \times \frac{230}{23\,000} = \frac{i}{100}$

L'augmentation de la tension permet d'abaisser très fortement l'intensité électrique qui circule dans les lignes électriques.

$$\left.\begin{array}{ll} P'_{perte} = r_{fil}\, i'^2 & \text{avec transfo} \\ P_{perte} = r_{fil}\, i^2 & \text{sans transfo} \end{array}\right\} \quad \frac{P'_{perte}}{P_{perte}} = \frac{i'^2}{i^2} = \left(\frac{1}{100}\right)^2 = \frac{1}{10\,000}$$

Dans l'exemple présent, les pertes lors du transport ont été divisées d'un facteur 10 000 grâce aux lignes à haute tension !